

数量关系

1 计数及容斥

- 植树问题
 - 单边种树: 颗数 = 总长 / 间距 + 1
 - 环形种树: 颗数 = 总长 / 间距
 - 楼间种树: 颗数 = 总长 / 间距 - 1
- 方阵问题
 - 1. 总人数 = 边长 × 边长
 - 2. 最外层人数 = 4 × (边长 - 1)
 - 3. 每一层均比外一层少 8 人
 - 4. 少一层一列, 总人数 = (边长 - 1) × (边长 - 1)
- 容斥问题
 - 二集合: 甲 + 乙 - 甲乙 = 总数 - 非甲乙
 - 三集合
 - 同时两种: a
 - 至少两种: b

2 经济利润

- 核心公式: 利润率 = 利润 / 成本 × 100%
- 常用方法
 - 赋值法: 跟谁比谁就是 100 份
 - 方程法
- 题型分类
 - 常规题型: 有利润率、折扣时, 两种方法结合; 没有利润率, 没有折扣, 属于简单计算
 - 分段收费: 超出不同标准的部分分别计算即可
 - 统筹经济: 不同方案中的最优方案; 极限思维, 综合考量

3 工程问题

- 核心公式: 工作总量 = 工作效率 × 工作时间
- 常用方法
 - 赋值法: 特点: 给出工作时间; 赋值总量为时间的公倍数
 - 赋值法: 特点: 给出效率之比; 直接按比例赋值为效率
- 题型分类
 - 普通数值: 给出总量、效率、时间的至少两个; 根据核心公式列式子或方程
 - 合作完工: 注意完工时间的一致; 注意每天的效率变化
 - 循环工作: 计算每个周期的效率; 看余数

4 行程问题

- 核心公式: 路程 = 速度 × 时间, $S = VT$
- 常用方法
 - 比例法: 速度和时间成反比 (路程相等); 路程和时间成正比 (速度相等); 路程和速度成正比 (时间相等)
 - 方程法: 套公式, 找比例, 列方程
- 题型分类
 - 普通行程: 相遇公式 $S = (V1 + V2)T$; 追及公式 $S = (V1 - V2)T$
 - 多次往返: 直线往返 (第一次相遇 1 个全程, 以后每次均为 2 个全程); 相遇 (每相遇一次, 共走一个全程); 环形 (没追上一次, 快的比慢的多一个全程)
 - 流水行船: 顺水速度 = 船速 + 水速; 逆水速度 = 船速 - 水速; 顺水速度 - 逆水速度 = 2 水速

5 周期循环

- 星期日期: 跨年周期: 过 1 年加 1 天, 闰日再加 1 天; 非跨年: 天数 ÷ 7 看余数, 余数为几, 则加几天
- 其他循环: 以 N 为循环, 则总数 ÷ N 看余数

6 排列组合

- 核心公式
 - 1. 有序为排列: A
 - 2. 无序为组合: C
 - 3. 分类用加法 (要么...要么)
 - 4. 分步用乘法 (先...再...)
- 常用方法
 - 捆绑法: 当有一些部分必须在一起时; 先捆绑后排序
 - 插空法: 当有一些必须不在一起或不在边上; 先排序后插空
 - 插板法: n 个物品分给 m 个人 (每人至少一个); 在总数中插入 (m-1) 个隔板即可
- 题型分类
 - 常规题型: 环形排列 (n 个人围成一圈, 总数为 (n-1)!) ; 错位排列 ($D1=0, D2=1, D3=2, D4=9, D5=44$)

7 概率问题

- 核心公式: 概率 = 满足条件的情况 / 总的情况
- 常用方法: 分类用加法, 分步用乘法
- 逆向思维: 概率 = 1 - 反面概率

8 几何问题

- 三角形: 勾股定理; 三边关系
- 平面图形: 周长、面积公式 (略); 常用方法: 直接套公式 (规则图形); 割补平移法 (不规则图形)
- 立体图形: 体积、表面积公式 (略); 立体图形更多考察公式应用和空间构造, 套公式
- 等比例放缩: 边长扩大为 N 倍; 1. 周长扩大为 N 倍; 2. 面积扩大为 $N \times N$ 倍; 3. 体积扩大为 $N \times N \times N$ 倍
- 特殊性质: 圆: 面积一定, 圆的周长最小; 周长一定, 圆的面积最大; 球: 体积一定, 球的表面积最小; 表面积一定, 球的体积最大

9 数字特性

- 奇偶特性: 加减: 同类为偶, 异类为奇, 和差同类; 乘积: 一个偶则为偶, 全奇才为奇
- 倍数关系: 理论: $a/b = m/n$ (m, n 互质); 适用条件: 分数、比例、百分数; 可以写成分数的小数; 3 和 9: 各位数字相加之和能够被其整除
- 整除特性: 数字末位: 2 (5) 看数字的最后一位; 4 (25) 看数字的最后两位; 8 (125) 看数字的最后三位; $A \times B$: 此数字是 A 的倍数; 此数字是 B 的倍数

10 方程法

- 可解方程: 一元方程: 凑整法: 逢 5 凑 2, 逢 25 凑 4, 逢 125 凑 8; 二元方程组: 加减法和消元法; 多元方程组: 方程组求和 (n 个人 (n-1) 个为一组)
- 不定方程: 二元不定方程: 尾数法 (最后一位 + ×, 决定结果的最后一位); 奇偶特性; 三元不定方程: 所求为 $a+b+c$ (赋值法: 赋其中一个未知数为 0); 所求不为 $a+b+c$ (消元法: 求谁留谁)

11 赋值法

- 只给出一种单位: 赋值法: 赋值总量; 赋值所给数值的公倍数; 按比例赋值; 直接赋值
- 分数比例百分数: 符合条件的具体数值
- 没有具体数值: 赋值特殊数据, 从特殊到一般

12 权重思想

- 理论应用: 1. 混合数介于两者之间, 且接近基数较大者; 2. 距离比 = 基数比反比
- 适用范围: 平均数问题: 混合平均数对应人数反比; 溶液问题: 混合浓度对应溶液反比; 经济利润: 混合折扣对应定价之比; 混合利润率对应销量之比; 资料分析: 混合增长率; 人口比例; 其他混合

13 极限思维

- 1. 最不利问题: 特点: 至少 + 保证; 方法: 最不利原则 + 1
- 2. 构造数列: 特点: 最...最..., 第 N 名...; 方法: 运用极限思维构造数列, 加和求解
- 3. 统筹及其他: 其他还有最...的题型; 考虑最极端情况, 逆向思维